

統計學(一) 試題

I. 選擇題：(每題 4 分)

- () 1. 若隨機變數 X 之機率密度函數為 $f_x(x) = (\frac{1}{2})^x, \forall x = 1, 2, 3, \dots$, 則其機率分配之眾數(mode)應為數(a) $x=0$ (b) $x=1$ (c) $x=2$ (d) $x=3$ (e) $x=4$ 。
- () 2. 若隨機變數 X 服從二項式(Binomial)分配, $P(x=2) = \binom{12}{2} (\frac{1}{2})^{12}$, 則其期望值與變異數分別為(a) 3 和 3 (b) 3 和 6 (c) 6 和 3 (d) 6 和 6 (e) 以上皆非。
- () 3. 設 A 和 B 二事件獨立, $P(B) = 0.25$ 及 $P(A \cap B) = 0.2$, 則下列何者不真? (a) $P(A \cup B) = 0.85$ (b) $P(A) = 0.8$ (c) $P(A|B) = 0.8$ (d) $P(B|A) = 0.8$ (e) A 和 B 不為獨立事件。
- () 4. 某公司宣稱其產品平均壽命至少為 100 小時, 但消費者基金會懷疑其可信度, 隨機抽出 50 個產品加以檢驗, 則其在顯著水準為 α 時之決策法則應為下列何種情形? (a) 若 $t < -t_{\alpha/2}$, 則拒絕虛無假設 (b) 若 $z < -z_{\alpha/2}$, 則拒絕虛無假設 (c) 若 $z > z_{\alpha}$, 則拒絕虛無假設 (d) 若 $z < -z_{\alpha}$, 則拒絕虛無假設 (e) 若 $t < -t_{\alpha, \alpha}$, 則拒絕虛無假設。
- () 5. 在假設檢定問題中, 如發生型 II 誤差之機率為 0.02, 則 $1 - 0.02 = 0.98$ 稱為(a)顯著水準(b)信心水準(c)檢定力(d)信賴度(e)以上皆非。
- () 6. 從 $Y = 2 + 3X$ 直線中任取 10 個點, 並用此 10 個點計算 X 和 Y 之間之相關係數(correlation coefficient), γ , 請問 γ 之值為何? (a) $\gamma = 0$ (b) $\gamma = -1$ (c) $\gamma = 1$ (d) $\gamma = 0.95$ (e) 以上皆非。
- () 7. 下列何種統計量, 不會因測量單位的改變而改變? (a) 平均值 (b) 變異數 (c) 標準差 (d) 全距 (e) 以上皆非。
- () 8. 若 X 為均勻分配 $U(a, b)$ 之隨機變數, 則 $P(|X - \mu| < \sigma)$ 為何? (註 μ 及 σ 分別為母體之平均值及標準差) (a) 1 (b) $3/4$ (c) $1/\sqrt{3}$ (d) $19/20$ (e) 以上皆非。
- () 9. 假設我們從常態分配 ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$) 中抽出 n 個樣本, k 為某一個大於 μ 的數, 則下列何者為真? (a) $P(\bar{X} < k) > P(X < k)$ (b) $P(\bar{X} < k) < P(X < k)$ (c) $P(\bar{X} < k) = P(X < k)$ (d) $P(\bar{X} > k) > P(X > k)$ (e) 以上皆非。
- () 10. 假設從 3 行 4 列的列聯表中計算出之卡方檢定統計量為 16.02, 那麼其 p -value 為何? (a) $0.005 < p\text{-value} < 0.01$ (b) $0.01 < p\text{-value} < 0.025$ (c) $0.025 < p\text{-value} < 0.05$ (d) $0.05 < p\text{-value} < 0.1$ (e) $0.1 < p\text{-value}$ 。

II. 計算題：

1. (10 分) 假設某人想要知道某骰子是否公平, 擲 180 次結果出現各種點數的次數如下：

點數	1	2	3	4	5	6
次數	23	32	35	28	27	35

試問在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下, 是否有證據說此骰子公平?

2. (每小題 6 分) 考慮簡單線性迴歸模型

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n, \varepsilon_i \text{ i.i.d. } N(0, \sigma^2), \text{ 今有下列 5 組 } (X, Y) \text{ 值:}$$

X	1	2	3	4	5
Y	0.8	2	2.3	3	3.7

- (a) 試求最小平方迴歸直線方程式。
 (b) 計算誤差平方和並估計誤差變異數 σ^2 。
 (c) 以顯著水準 $\alpha = 0.05$ 檢定 $H_0: \beta_1 = 0; H_a: \beta_1 \neq 0$ 。
 (d) 試求 X 與 Y 之相關係數(correlation coefficient) γ 。
 (e) 試求截距 β_0 之 95% 信賴區間。

統計學(一) 試題

3. (10分)某汽車產物保險公司對於不同性別的保險客戶進行抽樣調查，並記錄他們在過去一年曾要求過保險理賠的人數：

	男生	女生
抽樣人數	$n_1 = 1200$	$n_2 = 800$
要求理賠人數	100	90

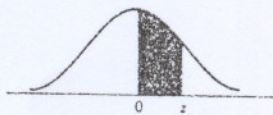
在顯著水準 $\alpha = 0.05$ 下，檢定男生和女生要求保險理賠的比例是否有差異性的存在。

4. (每小題 5 分)由一組數字 {1,2,3} 中採放回抽樣(with replacement)，抽取兩個數字為樣本：

(a)求 \bar{X} 的抽樣分配(sampling distribution)。

(b)求 $S^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1)$ 的抽樣分配，在此 n 為樣本數。

TABLE 4 Normal Curve Areas



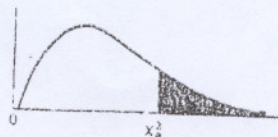
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817

Critical Values of t



d.f.	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	d.f.
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7

Critical Values of Chi-square



$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$	d.f.
2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	1
4.60517	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966	2
6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381	3
7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602	4
9.23635	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	5
10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	6
12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	7
13.3616	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550	8
14.6837	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893	9

本試題係兩面印刷

試題完