

銘傳大學九十一學年度重點運動項目績優學生獨立招生考試

第三節

數學 試題

[一]、單一選擇題(每題 6 分)

1. 下列五組資料(每組各有十筆)

(A): 1、1、1、1、1、10、10、10、10、10

(B): 1、1、1、1、1、5、5、5、5、5

(C): 4、4、4、5、5、5、5、6、6、6

(D): 1、1、2、2、3、3、4、4、5、5

(E): 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10

試問哪一組標準差最大?

2. 設 $-4 \leq x \leq -2$ ,  $-3 \leq y \leq 1$ , 下列各值範圍何者是正確的?

(F)  $-1 \leq x-y \leq -3$

(G)  $1 \leq y^2 \leq 9$

(H)  $4 \leq x^2 \leq 16$

[二]、多重選擇題(每題 6 分)

3.  $t \in \mathbb{R}$ , 下列何者為通過兩點 $(2, -1)$  $(-2, 2)$ 的直線參數式?

(A) 
$$\begin{cases} x=2-4t \\ y=-4+6t \end{cases}$$

(B) 
$$\begin{cases} x=2-4t \\ y=-4+6t \end{cases}$$

(C) 
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-3t \end{cases}$$

(D) 
$$\begin{cases} x=-2t \\ y=3t-1 \end{cases}$$

[三]、填充題(每題 6 分)

4. 等腰三角形底邊長為 20, 頂角為  $80^\circ$ , 則腰長為\_\_\_\_\_。

5. 設 $(x^{12}-x^9+ax^8-5x^4+6)(x^7+bx^6+3x^5-3x^3+6)$ 展開式中  $x^{14}$  項的係數是  $-4$ ,  $x^{15}$  項的係數是  $2$ , 則  $a+b=$ \_\_\_\_\_。

6.  $27^{452}$  除以  $13$  的餘數為\_\_\_\_\_。

7. 一個正六邊形的邊長為 6, 將個角適當的減去一個正三角形可得一個正十二邊形。此正十二邊

- 形的每一邊長為\_\_\_\_\_。
8. 桌面上有兩個大小不同的球，相互靠在一起。大球的半徑為20公分，小球的半徑為5公分。  
求這兩個球分別與桌面接觸的兩點距離。  
答：\_\_\_\_\_公分。
9. 設  $y=x^2-2kx+3k$  的圖形恆在直線  $y=-4$  的上方，則實數  $k$  的範圍是\_\_\_\_\_。
10. 計算  $\log 25/9 - \log 7/4 + \log 9 + 3\log 5/4 + \log_5 1/5 + 9\log 2 =$ \_\_\_\_\_。

[四]、計算、證明題(每題6分)

11. 若整數  $a, b, q, r$  滿足  $a = bq + r$ ，且令  $(a, b)$  表示  $a$  與  $b$  的最大公因數。利用  $(a, b) = (b, r)$  的結果計算  $3^{30}-1$  及  $3^{29}+2$  的最大公因數。(15分)

12. 若 \_\_\_\_\_，可知

$$S_1=1/4, S_2=2/7, S_3=3/10, S_4=4/13, S_5=5/16, S_6=6/19, \dots$$

- (a) 根據  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6 \dots$  值猜測  $S_n$  之公式。(5分)  
(b) 以數學歸納法證明你的公式是正確的。(10分)

13. 百貨公司舉辦週年慶活動，凡購物付款前可參加抽獎，抽獎箱中有紅、黃、綠、藍、白五色球各1、2、3、4、5個，抽獎者可抽出一球，若抽中紅色的球可付費，抽中黃、綠、藍球各享有9折、8折、7折優惠，抽中白球則無優惠  
(a) 顧客可完全免費購物的機率是多少?\_\_\_\_\_。(5分)  
(b) 此抽樣活動整體而言相當於該商品打幾折?\_\_\_\_\_。(5分)

參考公式及可能用到的數值

$$\text{算數平均數 } M(=\bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{標準差 } S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$$

$$\text{相關係數 } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_X S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中  $S_X$  為變量  $X$  之標準差， $S_Y$  為變量  $Y$  之標準差。

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.4142$ ； $\sqrt{3} \approx 1.7321$ ； $\sqrt{5} \approx 2.2361$ ； $\sqrt{7} \approx 2.6458$

對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

**試題完**