

微積分試題

(限用答案本作答)

一. 是非題：請依序作答，「是」填「○」，「非」填「X」。每小題 2 分，共 20 分。

- () 1. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x}{x-4} - \frac{8}{x-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x}{x-4} \right) - \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{8}{x-4} \right)$ 。
- () 2. If $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$ and $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 0$ then $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)$ does not exist.
- () 3. If f is differentiable, then $\frac{d}{dx} f(\sqrt{x}) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{x}}$.
- () 4. An equation of the tangent line to the parabola $y = x^2$ at $(-2, 3)$ is $y - 3 = -4(x + 2)$.
- () 5. If f is differentiable and $f(-1) = f(1)$, then there is a number c such that $|c| < 1$ and $f'(c) = 0$.
- () 6. $\int_{-1}^1 \left(x^5 - x^9 + \frac{\sin x}{(1+x^4)^2} \right) dx = 0$
- () 7. $\int_0^2 (x - x^3) dx$ represents the area under the curve $y = x - x^3$ from 0 to 2.
- () 8. If $a_n > 0$ and $\sum a_n$ converges, then $\sum (-1)^n a_n$ converges.
- () 9. If f is a function and f is defined at $(0, 0)$, then $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) = f(0, 0)$.
- () 10. The Ratio Test can be used to determine whether $\sum \frac{1}{n!}$ converges.

二. 填充題：請依序作答，只寫答案，不用寫計算過程。每小題 5 分，共 30 分。

- () 1. $\int (\ln x) dx =$
- () 2. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} =$
- () 3. $x^2 + y^2 = (2x^2 + 2y^2 - x)^2$, 求在 $(0, 0.5)$ 的切線斜率。
- () 4. $\int [(\sin x)(\cos^4 x)] dx =$
- () 5. $\int_1^9 \frac{2t^2 + t^2 \sqrt{t} - 1}{t^2} dt =$
- () 6. $\frac{d}{dx} \int_2^{1/x} \tan^{-1} t dt =$

本試題係兩面印刷

三. 計算題：請務必寫出清楚的計算過程，否則不計分。每小題 10 分，共 50 分。

1. 請求出由 $y = |x|$ 及 $y = x^2 - 2$ 所圍出的面積。

微積分試題

(限用答案本作答)

2. 請問半徑為 r 的半圓內 (注意：不是一整個圓，而是半圓)，其內接長方形的面積最大為何？ (注意：此長方形的其中一邊在直徑上)
3. 請找出級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$ 的收斂半徑(radius of convergence)及收斂區間(interval of convergence)。
4. 請將 $\int e^{-x^2} dx$ 表成無窮級數，並寫出該無窮級數的一般項。(利用 e^{-x^2} 的 Maclaurin series)
5. 請利用 $u = x - y, v = x + y$ 的轉換計算出 $\iint_R (x - y)/(x + y) dA$ 的值，其中 R 是由 $(0,2), (1,1), (2,2), (1,3)$ 所圍成的四邊形。

本試題係兩面印刷

試題完