銘傳大學九十一學年度風險管理與統計資訊研究所碩士班
招生考試

第一節

機率論 試題

可以使用計算機

1. 試述中央極限定理。(10%)
2. 定義 $\varphi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(\frac{-x^2}{2})$, -∞ < x < ∞，利用 $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}$ 試求

   (a) $\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)dx$ 之值。(5%)

   (b) $\int_{-\infty}^{\infty}x^2\varphi(x)dx$ 之值。(10%)
3. 設隨機變數 X 的密度函數為 f(x) = 1 for $0 \leqq x \leqq 1$, and f(x) = 0 otherwise, 求 var(x)之值。(10%)
4. 袋中有 4 黑球，5 白球。今隨機取 3 球。設 X 為 3 球中白球的總數。試問
   (a) 每次取出之球，皆不放回。求 P(X = 2)之值。(5%)
   (b) 每次取出之球，皆放回。求 P(X = 2)之值。(5%)
5. 設隨機變數 X 之 density function $f(x)=\frac{1}{\theta}e^{\frac{-x}{\theta}}$ for $0 \leqq X < \infty$, and f(x) = 0 otherwise。試求
   (a) EX。(5%)
   (b) X 之動差母函數(moment generating Function)，即 Ee^{tx} for $t < \frac{1}{\theta}$。(10%)
6. 設隨機變數 X 為 Poisson(λ)分配。試求
   (a) P(X = k)之值。k = 0, 1, 2,…。(5%)
   (b) 求 X 之 moment generating Function Ee^{tx}。(5%)
7. 設隨機變數 X 為二項分配~B(n, p)。試求 P(X = k)之值 k = 0, 1,…, n。(5%)
8. Suppose the joint density of X and Y is given by

   $$F(x,y)=\begin{cases} cxy(2-x-y) & \text{for } 0<x<1,\ 0<y<1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

   (a) 求 c 之值。(5%)
   (b) 求 E(Y|X = x) for 0 < x < 1。(10%)

9. Define $\Gamma(x)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx$, α> 0。隨機變數 X 之 density function 為

$f(x)=C*x^{\alpha-1}e^{\frac{-x}{\beta}}$ for x > 0 (β > 0)。試利用 $\int_0^\infty f(x)dx=1$ 及 $\Gamma(\alpha)$ 之定義求 C 之值，及 EX。(10%)

試題完