

數學試題

除第 8 題為 30 分外；其餘各題每題 10 分共計 100 分。

1. 已知整係數多項式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 24$ 有實根 $\sqrt{3}$ 與 2。則 a、b、c 各為何數值？

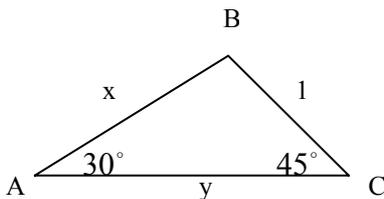
2. 圖解並說明下列不等式的解：
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 2x + y^2 < 10 \\ y - \log_2|x| \geq 0 \end{cases} .$$

3. 求三維空間之直線 $x = t; y = 3 - t; z = 1 - 2t$ 與平面 $S: x + y + z = 6$ 的交點；以及該直線與平面 S 之夾角（以 \cos^{-1} 表達即可）

4. 給定 2×2 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。試求 A^n 與 $\sum_{k=1}^n A^k$ （均以數學公式表達）。

5. 某次公益彩卷共計發行 10000 張（號碼從 0000 至 9999）；每 50 元；中頭彩總計一名（四個數字位置完全相同）可得 200000 元；另可能有多名從獎（四個數字相同但排列之位置不同）每名可得 1000 元。若 10000 張彩卷全數賣完；請問彩卷最多可能收入多少錢？最少可能收入多少錢？若本次開出之號碼為 0335；請問本次彩卷的中獎率為何？

6. 三角形 ABC 如下圖所示：已知角 BAC 為 30 度；角 BCA 為 45 度；又知 BC 邊長為 1。求邊長 AB 和 AC（即圖中之 x 及 y）。



7. 求極限： (a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^{100})}{e^x}$ 。

8. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} \exp(-x^2) & x > 0 \\ 1 - x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ x^{-3} + 1 & x < -1 \end{cases}$ 。

- A、當 $x > 0$ ，求 f 之反函數。(本小題 5 分)
- B、此函數是否有極值；若有極值為何？(本小題 5 分)
- C、此函數是否有任何的漸近線；若有請列出來。(本小題 5 分)
- D、當 x 在 0 或 -1 此兩點分別是否為連續？是否為可以微分？(本小題 5 分)
- E、繪出此函數之圖形。(本小題 10 分)