

銘傳大學九十二學年度二年制在職進修專班招生考試

第二節

微積分 試題

本試題共八大題，請在答案本上依序填寫題號及答案
算機

可以使用計

1. 試計算

a. $\frac{d}{dx}(3x^2 + x + 1)^5$ (4%) b. $\int 6x(3x^2 + 2)^3 dx$ (4%)

c. $f_y(1,2)$ 之值，此處 $f(x,y) = y + \ln(y^2 + x)$ (4%)

2. 請寫出

a. e (自然對數之基底) 的定義 (3%)

b. $f(x) = e^x$ 在 $x = 0$ 處的泰勒展開式(Taylor series) (5%)

3. 利用上題之性質，近似下列兩式之值到小數點以下第二位(務必寫出計算過程，否則不予計分)

a. $\frac{d}{dx} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \Big|_{x=\frac{1}{2}}$ (5%)

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} \frac{1}{n^k} e^{\frac{k}{n}}$ (提示:先將里曼和化爲定積分，再利用題 2.之.a. b.的結果)

(8%)

4. 試計算下列各式(只須寫出答案即可)

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 2x^2 + 2}{3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + \sqrt{x} - 4}$ (4%)

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

(4%)

c. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{8 - x^3}{|2 - x|}$ (5%)

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \int_0^x \cos t dt}{x - \int_0^x e^{t^2} t dt}$ (提示: $\cos t = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$) (9%)

5. 試利用隱函數微分法，計算出位於曲線 $x^2 + 2y^3 - 2xy = x$ 上之一點 (1,-1) 處的切線斜率 (8%)

6. 試計算定積分 $\int_0^2 \int_y^2 e^{x^2} dx dy$ 之值 (8%)

7. 函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & x \geq 1 \\ c \cdot x - 5 & x < 1 \end{cases}$ 在整條實數線上連續，則

a. 常數 c 應為何？ (3%)
之 (7%)

b. 函數 f 在 $x=1$ 處是否可微？試說明

8. 函數 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$

a. 試繪出 f 的圖形 (須標出 f 的相對極值及其發生位置) (10%)

b. 若 $g(x) = x + 2$ ，試算出 g, f 兩函數在 II 象限所圍成之區域的面積 (9%)