

銘傳大學八十九學年度二年制在職進修專班招生考試

第二節

微積分 試題

1. 求下列函數 $f(x)$ 的導函數 $\frac{df(x)}{dx}$ 15%
- (a) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2 + 1}$ (b) $f(x) = 2^{3x}$
- (c) $f(x) = \begin{cases} 6x^2 + x + 1, & \text{當 } x > 0 \\ \cos x^2, & \text{當 } x \leq 0 \end{cases}$
- (d) $f(x) = \sin^{-1}(4x + 1)$ (e) $f(x) = \int_1^{3x} (1+t)^4 dt$
2. 已知 $y = f(x) = \frac{3x^2 - 6x + 12}{3x - 6}$ 10%
- (a) 試問 $y = f(x)$ 圖形在何處遞增，何處遞減？
- (b) 試描繪出 $y = f(x)$ 的圖形。
3. 求下列極限值 12%
- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}}$ (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\int_1^x e^{t^2} dt}{x-1}$
4. 求下列積分值(若存在的話) 15%
- (a) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx$ (b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$ (c) $\int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx$
- (d) $\int_0^1 x^2 e^x dx$ (e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan(2x) dx$
5. 求 $y = x - 1$ 與 $y^2 = 2x + 6$ 曲線所圍出封閉區域的面積。 8%
6. 試問下列級數何者收斂，何者發散。 12%

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)3^n}$$

$$(b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\sqrt{n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n * n}{\sqrt{1+n^2}}$$

$$(d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$$

7. 令 A 表由 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x = 1$, $x = 4$ 與 $y = 0$ 所圍出封閉區域, 求此區域 A

對 y-軸旋轉一圈所得旋轉體體積。 10%

8. 已知 $f(x) = \frac{x}{1+x}$ 10%

(a) 試求 $f(x)$ 在 $x = 1$ 點的泰勒展開級數

(b) 試問此泰勒級數的收斂半徑為何?

9. 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \dots + \frac{1}{3n} \right)$ 10%

試題完